

Cvičení 6 – Dvofázová simplexová metoda II.

Příklad 8 – Obecné vyjádření simplexové tabulky (netriviální)

Uvažujte následující úlohu LP:

$$z = 50 x_1 + 120 x_2 \dots \max$$

za podmínek:

$$\begin{aligned} -3 x_1 + 2 x_2 &\geq 70 \\ 3 x_1 + x_2 &\geq 90 \\ -4 x_1 + 2 x_2 &\leq 40 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

- Ve čtvrté iteraci jsou základními proměnnými úlohy x_4 , x_1 a x_2 . Sestavte simplexovou tabulku této iterace a testujte optimalitu řešení.
- Nalezněte optimální řešení klasickou dvofázovou simplexovou metodou.

Příklad 9 – Opakování základních pojmů LP

Uvažujte následující úlohu LP:

$$z = x_1 + 5 x_2 \dots \max$$

za podmínek:

$$\begin{aligned} -2 x_1 + x_2 &\leq 6 \\ -x_1 + x_2 &\leq 8 \\ 2 x_1 + x_2 &\leq 20 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

- Nalezněte optimální řešení úlohy podle Základní věty lineárního programování. Kolik má úloha základních řešení? Kolik má přípustných řešení a kolik má základních přípustných řešení?
- Nalezněte optimální řešení úlohy simplexovou metodou (porovnejte s výsledkem z předchozího bodu).
- Změňte třetí pravou stranu na hodnotu 14. Jak se změní výpočet? Jak se tento jev nazývá? Jak se projeví v grafickém řešení?
- Změňte v původním zadání třetí omezení na tvar $2x_1 - 4x_2 \leq 20$ a nalezněte optimální řešení.
- Změňte v původním zadání cenu první proměnné na 10. Jak se změní řešení? Lze k závěru dojít bez numerického výpočtu? Vypište všechna optimální řešení této úlohy.
- Změňte v původním zadání druhé omezení na $-x_1 + x_2 \geq 10$. Co můžete říct o optimálním řešení této úlohy?

Příklad 10 – Opakování simplexové metody

Nalezněte všechna optimální řešení následující úlohy LP:

$$z = 20 x_1 + 10 x_2 + 30 x_3 + 25 x_4 \dots \min$$

za podmínek:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 2 x_3 + 2 x_4 &= 160 \\ x_1 + 3 x_2 + x_3 + x_4 &\leq 100 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &\leq 120 \\ 2 x_1 + x_2 + 2 x_3 + x_4 &\geq 90 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0 \end{aligned}$$

Příklad 11 – Ukázka zacyklení báze

Uvažujte následující úlohu LP. Řešte úlohu krokovaným výpočtem. Porovnejte výsledek 7. iterace s iterací první.

Odstraňte zacyklení báze Blandovým pravidlem, modifikací testu optima a perturbovanými pravými stranami.

$$\begin{array}{rcllclclclcl}
 z = & 150 & x_1 & - & 3/4 & x_2 & - & 2/100 & x_3 & + & 6 & x_4 & \dots & \min \\
 \text{za podmíněk:} & & & & & & & & & & & & & \\
 & -60 & x_1 & + & 1/4 & x_2 & - & 4/100 & x_3 & + & 9 & x_4 & \leq & 0 \\
 & -90 & x_1 & + & 1/2 & x_2 & - & 2/100 & x_3 & + & 3 & x_4 & \leq & 0 \\
 & & & & & & & & x_3 & & & & \leq & 1 \\
 & & & & & & & & x_1, & x_2, & x_3, & x_4 & \geq & 0
 \end{array}$$

Příklad 12 – Dvofázová simplexová metoda

Uvažujte situaci, kdy chcete koupit akcie, jejichž cena je 3000 Kč za kus, a obligace za cenu 5000 Kč za kus. K dispozici máte prostředky, které nemohou být překročeny, ve výši 900 tisíc Kč. Tyto prostředky však nemusí být plně vyčerpány. Roční očekávaný výnos z akcií je 15%, z obligací pak 10%. Akcie i obligace jsou z hlediska rizika oceněny bezrozměrným koeficientem, který je u akcií 5 a u obligací 2 (čím vyšší koeficient, tím vyšší riziko). Do akcií musí být investováno alespoň 20% dostupných prostředků, do obligací musí být investováno minimálně 75% investovaných (nikoliv dostupných) prostředků. Navíc musí být koupeno alespoň 150 ks cenných papírů (akcií i obligací dohromady).

- Určete skladbu portfolia, která dosáhne maximálního výnosu a jejíž vážená míra rizika bude rovna 3.
- Určete skladbu portfolia, která dosáhne výnosu 12% a jejíž vážená míra rizika bude minimální.

Pozn.: Řešení tohoto příkladu není numericky jednoduché, proto ho řešte krokovaným výpočtem za pomoci softwaru.

Příklad 13 – Optimální řešení maximalizační úlohy LP

Firma chce z profilů dlouhých 250 cm vyrobit okenní rámy. Potřebuje 240 dílů o délce 40 cm a 360 dílů o délce 60 cm odříznutých z daných profilů. Je třeba určit, jak mají být profily zpracovávány, aby byly splněny požadavky a aby byla minimální spotřeba profilů.

- Sestavte matematický model úlohy.
- Vyřešte úlohu za pomoci libovolného softwaru a výsledky interpretujte.
- Změnilo by se optimální řešení, kdybychom požadovali minimální odpad a žádné díly by nesměly zbýt?

Předpokládejte, že okno se dělá ze 2 kusů délky 40 cm a 3 kusů délky 60 cm. Firma má na skladě 1000 kusů profilů délky 250 cm. Cílem firmy je vyrobit co nejvíce kompletních oken. Jak mají být profily rozřezány?

- Formulujte matematický model LP a najděte optimální řešení (libovolný software).