

Cvičení 7 – Dualita a duálně simplexová metoda

Příklad 1 – Duální problém, duálně simplexová metoda

Uvažujte následující úlohu lineárního programování:

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - x_3 &\geq 50 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 &= 20 \\ x_1 + x_2 + x_3 &\leq 40 \\ x_j &\geq 0, j = 1, 2, 3 \\ z = 2x_1 + 4x_2 + x_3 &\dots \min. \end{aligned}$$

- Formulujte nesymetrickou duální úlohu.
- Formulujte symetrickou duální úlohu.
- Nalezněte optimální řešení primární i duální úlohy klasickou simplexovou metodou.
- Nalezněte optimální řešení primární úlohy duálně simplexovou metodou.
- Interpretujte výsledky.
- Určete, zda podle věty o dualitě jsou řešení $x = (10, 20, 0)^T$ a $u = (3, 1, 0)^T$ optimálními.
- Určete, zda podle věty o rovnováze jsou řešení $x = (18, 16, 0)^T$ a $u = (2, 0, 0)^T$ optimálními.

Příklad 2 – Duálně simplexová metoda

Uvažujte následující úlohu lineárního programování:

$$\begin{aligned} 2x_1 + 4x_2 &\leq 16 \\ 5x_1 + 5x_2 &\leq 25 \\ x_1 &\leq 5 \\ x_j &\geq 0, j = 1, 2 \\ z = x_1 + x_2 &\dots \max. \end{aligned}$$

- Nalezněte optimální řešení duální úlohy duálně simplexovou metodou, v případě nejednoznačnosti použijte modifikaci testu optima.
- Nalezněte optimální řešení primární úlohy klasickou simplexovou metodou, v případě nejednoznačnosti použijte modifikaci testu optima.
- Určete podle věty o dualitě a o rovnováze, zda řešení $x = (5, 0)^T$ a $u = (0, 1/5, 0)^T$ jsou optimálními řešeními primární a duální úlohy.

Příklad 3 – Duálně simplexová metoda

Uvažujte následující úlohu lineárního programování:

$$\begin{aligned} -1/2x_1 + x_2 &\leq 3 \\ -3/2x_1 + x_2 &\geq 1 \\ -2/3x_1 + x_2 &= 2 \\ x_j &\geq 0, j = 1, 2 \\ z = 4x_1 + 5x_2 &\dots \min. \end{aligned}$$

- Formulujte symetrickou a nesymetrickou duální úlohu.
- Ověřte podle věty o dualitě a rovnováze, zda řešení $x = (0, 2)^T$ a $u = (0, 0, -5)^T$ jsou optimálními řešeními primární a duální úlohy.
- Nalezněte optimální řešení primární i duální úlohy duálně simplexovou metodou.