

Cvičení 9 – Parametrické programování

Příklad 1 – Parametrické pravé strany

Firma vyrábí tři výrobky. K jejich výrobě potřebuje jednak surovinu a jednak stroje, na kterých dochází ke zpracování. Na první výrobek jsou třeba 2 kg suroviny, na druhý 3 kg a na třetí jen 1 kg. Jakýkoliv výrobek je nutno zpracovávat na stroji 1 hodinu. Každý měsíc je k dispozici 24 tun suroviny a 10 000 hod. strojového času. Při výrobě prvního výrobku má firma zisk 50 Kč, za druhý výrobek získá 60 Kč a za třetí jen 25 Kč. Strategií firmy je maximalizovat zisk.

- a) Formulujte matematický model této úlohy.
- b) Určete, kolik je třeba vyrábět prvních, druhých a třetích výrobků, aby zisk firmy byl maximální.
- c) Během následujících dvou let (24 měsíců) dojde k významné změně při výrobě. Stroje se začnou při výrobě výrazně opotřebovávat, a tak každý měsíc poklesne množství použitelného strojového času o 500 hodin. Navíc se předpokládá zlevnění suroviny a tak kapacita suroviny pro výrobu poroste každý měsíc o 1 000 kg. Jak se v takovém případě změní množství vyráběných výrobků?

Příklad 2 – Parametrické pravé strany s nepřipustným výchozím řešením

Uvažujme úlohu lineárního programování s parametrickými pravými stranami:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\leq 10 + 2t \\ -x_1 + 2x_2 &\leq 2 + t \\ x_j &\geq 0, \quad j = 1, 2 \\ z &= x_1 + 2x_2 \dots \max. \end{aligned}$$

Naleznete optimální řešení pro $t \in \langle -3, 4 \rangle$.

Příklad 3 – Parametrické ceny

Uvažujme úlohu lineárního programování s parametrickými cenami:

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 &\leq 19 \\ x_1 + x_2 &\leq 14 \\ x_1 + 2x_2 &\leq 20 \\ x_j &\geq 0, \quad j = 1, 2 \\ z &= (70 + 2t)x_1 + (80 - t)x_2 \dots \max. \end{aligned}$$

Naleznete optimální řešení pro všechna $t \geq 2$.

Příklad 4 – Podmínka optimality báze

Určete, pro které hodnoty parametru t je následující řešení maximalizační úlohy lineárního programování optimální:

zákl. prom.	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_3	0	5	1	2	-3	4
x_1	1	-2	0	-1	2	12
g_{0j}	0	4	0	4	8	400
g_{1j}	0	6	0	3	-4	14

Příklad 5 – Neomezená hodnota účelové funkce

Předpokládejte následující řešení úlohy lineárního programování s maximalizační účelovou funkcí:

zákl. prom.	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	y_1	b_i
x_3	0	1/8	1	-1/2	-1/4	-	3/2
x_1	1	-3/8	0	-3/2	-1/4	-	1/2
g_{0j}	0	1/4	0	-7	-3/2	-	8
g_{1j}	0	-1/8	0	-9/2	-3/4	-	3/2
z_j	0	1/4	0	-7	-3/2	-	8
z'_j	0	0	0	0	0	-1	0

Určete, pro které hodnoty parametru t je následující řešení úlohy lineárního programování optimální, a pokračujte ve výpočtu dalšího optimálního řešení.