Cvičení 11 – Dopravní problém a MODI metoda

Příklad 1 – Dopravní problém – formulace modelu a výchozí řešení

Ze čtyř mlýnů je dovážena mouka do pěti pekáren. Jednotlivé mlýny během sezóny vyprodukují postupně 700, 1400, 1300 a 900 tun mouky. Mouka je do pekáren převážena v tankerech (speciální nákladní auta na převoz mouky), do kterých se vejde najednou 20 tun mouky.

Jednotlivé pekárny si na sezónu objednaly postupně 400, 800, 500, 1200 a 1400 tun mouky. Náklady na přepravu jednoho tankeru v tisících Kč z daného mlýna do příslušné pekárny uvádí následující tabulka.

	Pekárna 1	Pekárna 2	Pekárna 3	Pekárna 4	Pekárna 5
Mlýn 1	1	1	6	6	4
Mlýn 2	7	7	10	12	8
Mlýn 3	4	4	12	10	10
Mlýn 4	10	8	13	13	8

Určete, kolik tankerů pojede z kterého mlýna do které pekárny, je-li vaším cílem minimalizovat celkové náklady na přepravu.

a) Formulujte matematický model této úlohy (pozor na jednotky).
b) Formulujte k modelu duální úlohu.
c) Nalezněte výchozí řešení této úlohy metodou severozápadního rohu.
d) Nalezněte výchozí řešení této úlohy metodou maticového minima (indexní metodou).
e) Nalezněte výchozí řešení této úlohy Vogelovou aproximační metodou (VAM).
f) Určete, které z výchozích řešení je nejlepší a proč. Je toto řešení optimální?

Příklad 2 – Dopravní problém – optimální řešení

Uvažujte model z příkladu 1.

a) Sestavte výchozí řešení indexní metodou. Kolik základních proměnných má tato úloha? Které proměnné jsou proměnnými základními?
b) Z výchozího řešení získaného indexní metodou najděte optimální řešení.
c) Z výchozího řešení získaného metodou VAM najděte optimální řešení.
d) Z výchozího řešení získaného metodou severozápadního rohu najděte optimální řešení.
e) Zapište optimální řešení jako vektor a interpretujte jeho hodnoty.
f) Vypište optimální hodnotu účelové funkce a interpretujte ji.
g) Je získané řešení jediným optimálním řešením?

Příklad 3 – Dopravní problém – alternativní optimální řešení

Předpokládejte klasický dopravní problém s 3 dodavateli (kapacity: 170 tun, 250 tun a 420 tun) a 4 odběrateli (požadavky: 420 tun, 250 tun, 110 tun a 90 tun). Vzdálenosti mezi dodavateli a odběrateli v km jsou uvedeny v tabulce.

	Odběratel 1	Odběratel 2	Odběratel 3	Odběratel 4
Dodavatel 1	11	15	14	12
Dodavatel 2	6	9	11	7
Dodavatel 3	8	2	4	15

Vaším úkolem je rozvrhnout rozvoz s cílem minimalizovat počet ujetých tunokilometrů.
Výchozí řešení najděte metodou severozápadního rohu a určete jeho hodnotu účelové funkce.
Vypište <u>všechna</u> optimální řešení, včetně hodnoty účelové funkce.

Příklad 4 – Dopravní problém – opakování

Na třech zastávkách postávají turisté, kteří by rádi jeli do čtyř velmi zajímavých lokalit (turistům je jedno, do které lokality se podívají). Na jednotlivých zastávkách stojí 48, 20 a 72 turistů. Maximální kapacita na prohlídku zámku je 40 osob, do jeskyní může jít 44 osob, do obrazové galérie je povolen vstup pro 32 lidí a do historického muzea může jít 24 návštěvníků.
Turisté jsou dopravováni ze zastávek do cílových míst prostřednictvím osobních aut, kam se kromě placeného řidiče vejdou další 4 cestující. Vzdálenosti v km mezi příslušnou zastávkou a daným cílovým místem jsou uvedeny v následující tabulce (předpokládejte neomezené množství aut s řidiči).

	Zámek	Jeskyně	Galérie	Muzeum
Milnice	10	3	5	8
Křivice	5	7	6	4
Pastevice	1	4	3	7

Kolik turistů pojede z které zastávky do kterého místa, je-li cílem minimalizovat celkový počet ujetých kilometrů?

a) Formulujte matematický model této úlohy.
b) Formulujte k modelu duální úlohu.
c) Nalezněte výchozí řešení této úlohy metodou severozápadního rohu.
d) Nalezněte výchozí řešení této úlohy metodou maticového minima (indexní metodou).
e) Nalezněte výchozí řešení této úlohy Vogelovou aproximační metodou (VAM).
f) Určete, které z výchozích řešení je nejlepší. Je toto řešení optimální?
g) Z každého určeného výchozího řešení dopočítejte optimální řešení.
h) Vypište optimální řešení jako vektor, jeho hodnoty interpretujte. Určete optimální hodnotu účelové funkce a interpretujte ji.
i) Je získané řešení jediným optimálním řešením? Proč?