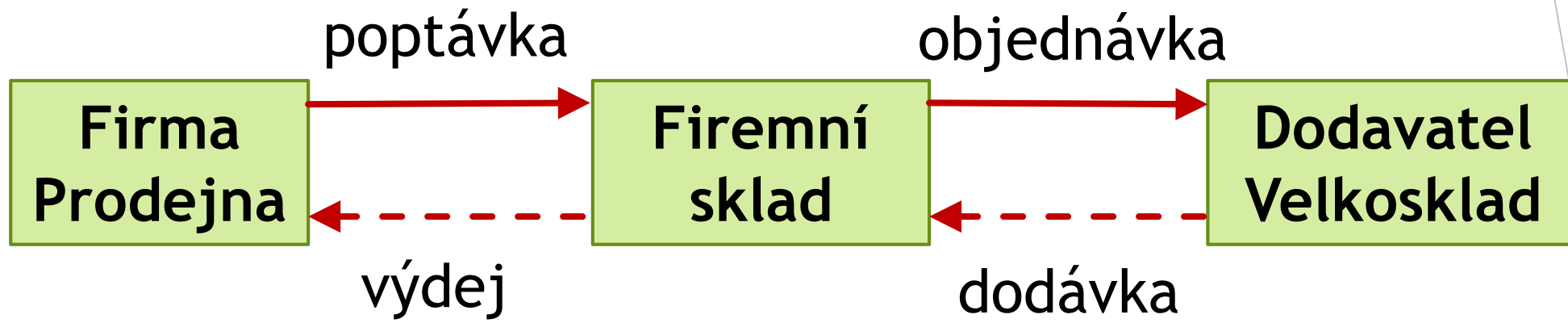


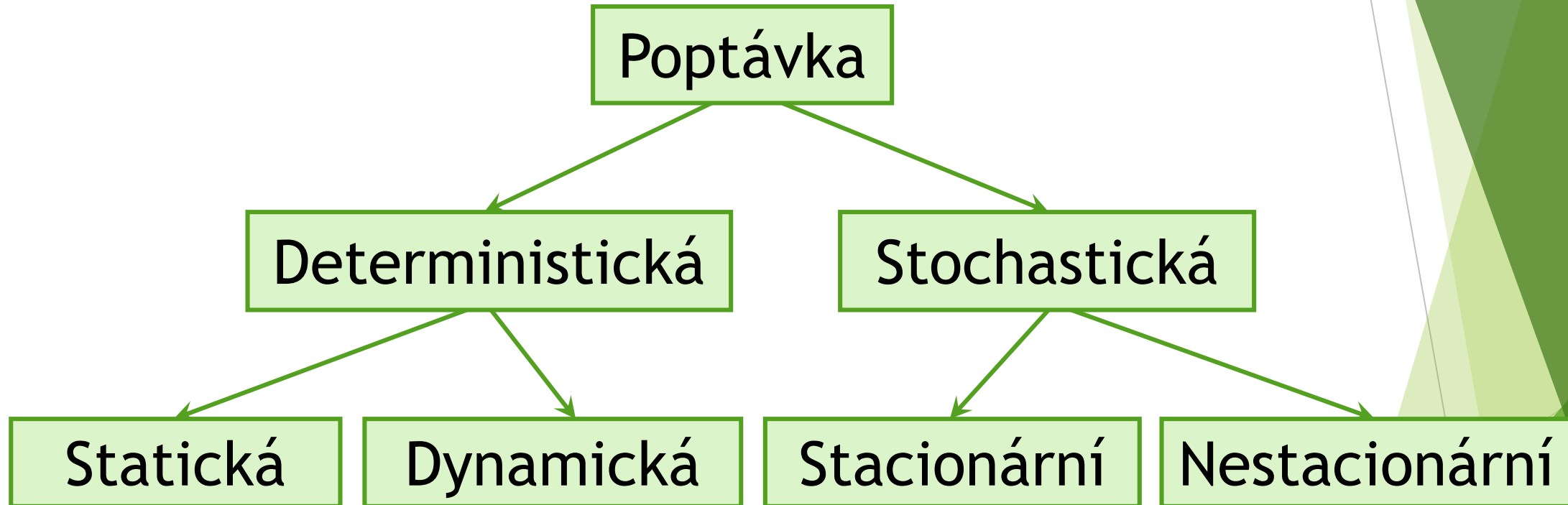
4EK311 - Operační výzkum

7. Modely řízení zásob

7. Zásobovací procesy



7. Charakter poptávky



7. Použité značení

▶ Značení:

- ▶ Q - poptávka za celé období [ks]
- ▶ q - velikost objednávky (dodávky) [ks]
- ▶ w - pojistná zásoba [ks]
 - ▶ rezerva pro pokrytí výkyvů v poptávce u stochastických modelů, nedostatek zásob

7. Použité značení

- ▶ Značení (dodávka):
 - ▶ d - pořizovací lhůta [jednotky daného období]
 - ▶ doba mezi objednáním zboží a jeho dodáním do skladu
 - ▶ n_d - intenzita dodávek [ks/období]
 - ▶ počet dodávek za sledované období
 - ▶ t_d - délka dodávkového cyklu [jednotky daného období]
 - ▶ období mezi dvěma dodávkami t
 - ▶ r - bod znovuobjednávky [ks]
 - ▶ množství zásob v okamžiku vystavení další objednávky

7. Použité značení

- ▶ Značení (náklady):
 - ▶ N_s - za skladování - skladovací náklady
 - ▶ Pronájem, pojištění, energie, manipulace, ...
 - ▶ Variabilní náklady
 - ▶ N_d - za jednotlivé dodávky - pořizovací náklady
 - ▶ Doprava, balení, expedice, apod.
 - ▶ Fixní náklady

7. Použité značení

▶ Značení (náklady):

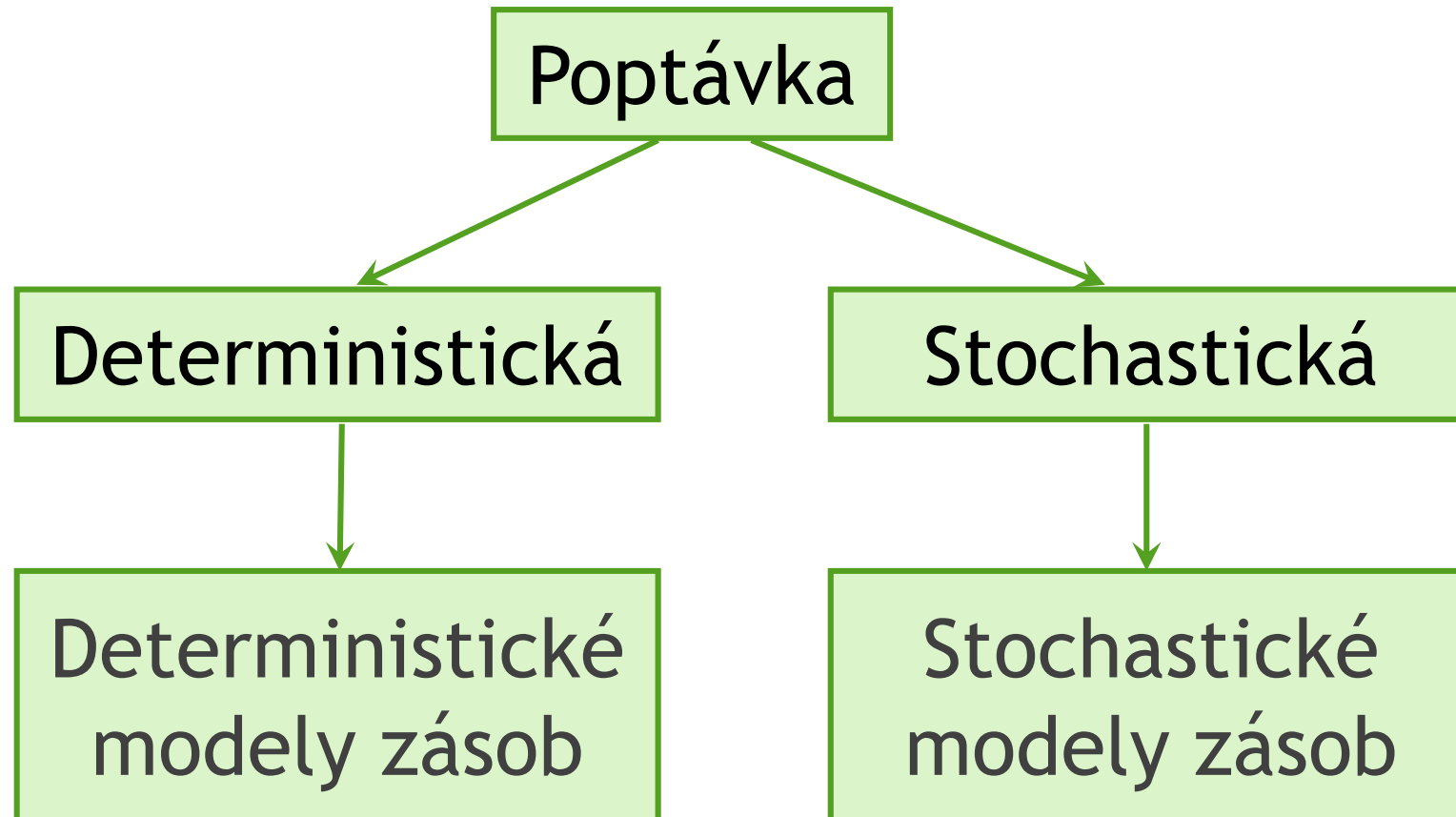
- ▶ N_n - za nakoupené zboží - náklady za nákup zboží
 - ▶ Zahrnutí slev, množstevních rabatů, apod.
 - ▶ Variabilní náklady
- ▶ N_{nz} - z nedostatku zásoby (model II - mimo kurz)
 - ▶ Penále za nedodané zboží, ušlý zisk, apod.
 - ▶ Vznikají v důsledku neuspokojení poptávky
 - ▶ Variabilní náklady

7. Použité značení

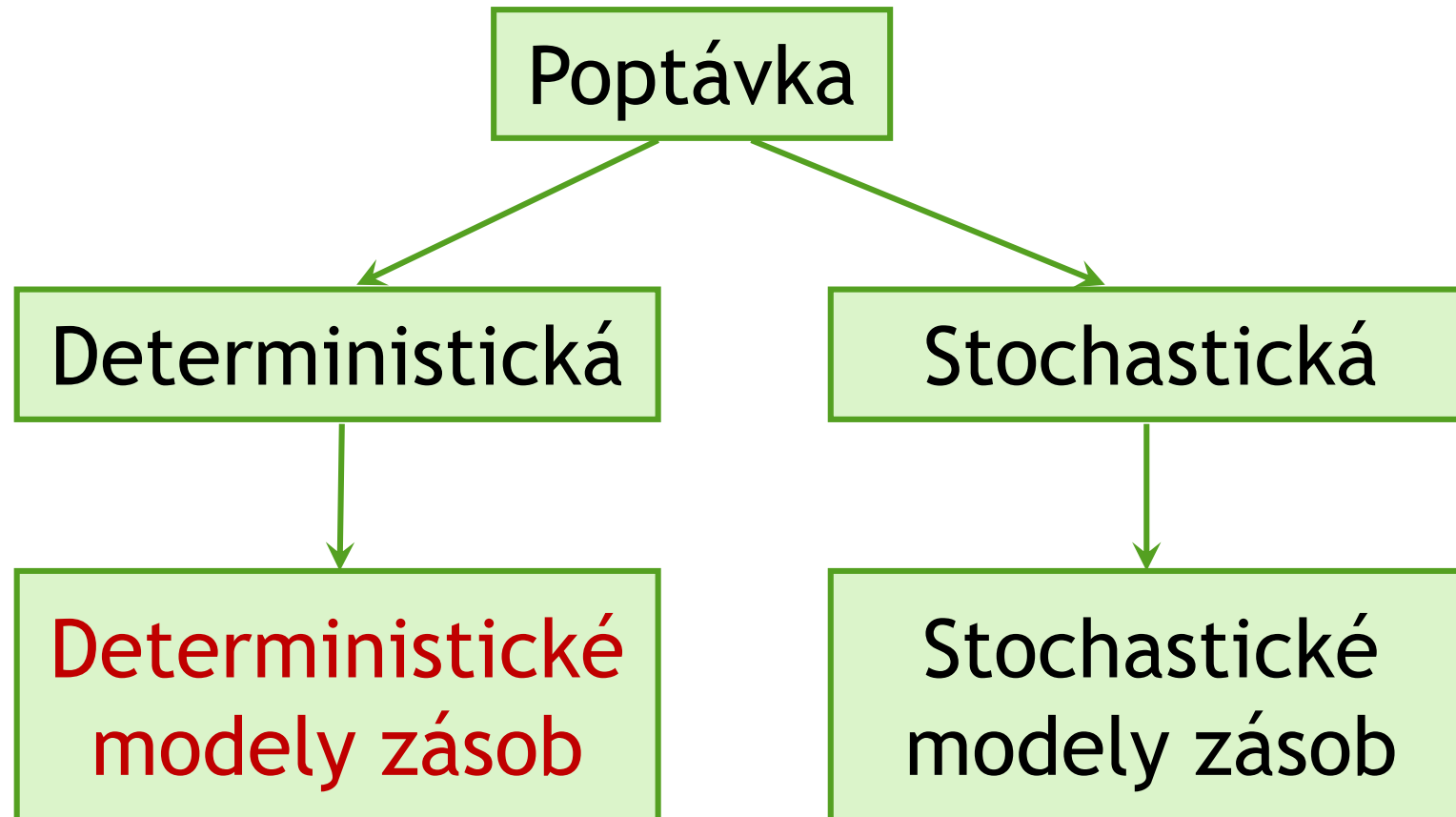
► Značení (jednotkové ceny):

- c_s - jednotkové skladovací náklady [Kč/ks a období] ... c_1
- c_d - jednotkové pořizovací náklady [Kč/dodávku] ... c_2
- c_n - jednotková nákupní cena [Kč/ks]
- c_p - jednotková prodejní cena [Kč/ks]
- c_z - jednotková zůstatková cena [Kč/ks]
- c_{nz} - jednotkové náklady z nedostatku zásoby [Kč/ks] ... c_3

7. Charakter poptávky



7. Charakter poptávky



7.1 EOQ - model s optimální velikostí objednávky

► Předpoklady:

- Statická poptávka Q - předem známá a v čase konstantní
- Pořizovací lhůta dodávky je známá a konstantní
- Čerpání zásob ze skladu je rovnoměrné
- Velikost všech objednávek (dodávek) q je konstantní
- Bez rabatů - nákupní cena c_n nezávisí na velikosti objednávky q
- K doplňování skladu dochází v jednom časovém okamžiku
- K doplňování skladu dochází přesně v okamžiku, kdy je vyčerpán (žádný nedostatek)

7.1 EOQ - Příklad - zadání

- ▶ Firma týdně prodá 625 balení kancelářských papírů formátu A4 (5 x 500 listů) za 580 Kč za krabici
- ▶ Tyto papíry nakupuje za 320 Kč za krabici
- ▶ Měsíční skladovací náklady činí 12,5 % nákupní ceny
- ▶ S doplněním skladu souvisí fixní náklady ve výši 500 Kč za zaměstnance, kteří sklad doplní, a 1500 Kč za dopravu papírů od dodavatele do skladu
- ▶ Dodavatel požaduje dva dny na expedování zboží
- ▶ Předpokládáme 5-denní pracovní týden, 4 týdny v měsíci

7.1 EOQ - Příklad

- ▶ Firma týdně prodá 625 balení kancelářských papírů formátu A4 (5 x 500 listů) za 580 Kč za krabici
- ▶ Tyto papíry nakupuje za 320 Kč za krabici
- ▶ Měsíční skladovací náklady činí 12,5 % nákupní ceny
- ▶ S doplněním skladu souvisí fixní náklady ve výši 500 Kč za zaměstnance, kteří sklad doplní, a 1500 Kč za dopravu papírů od dodavatele do skladu
- ▶ Dodavatel požaduje dva dny na expedování zboží

7.1 EOQ - Příklad - Otázky

- ▶ Kolik papírů má firma objednat?
- ▶ Kdy má vystavit objednávku na nové zboží?
- ▶ Kolik budou činit optimální náklady?
- ▶ Kolik budou činit celkové skladovací náklady?
- ▶ Kolik budou činit celkové náklady na pořízení?
- ▶ Kolik budou činit celkové náklady na nákup zboží?
- ▶ Jaká musí být kapacita skladu?
- ▶ Kolik zboží bude průměrně ve skladu?

7.1 EOQ - Množství zásob

- ▶ K doplnění skladu dochází v okamžiku, kdy je sklad prázdný
- ▶ Do skladu je dodána dodávka o velikosti q
- ▶ Pak dojde k vyprazdňování skladu
- ▶ Maximální potřebná velikost skladu je tedy

$$q_{max} = q$$

7.1 EOQ - Množství zásob

- ▶ Maximální potřebná velikost skladu je tedy

$$q_{max} = q$$

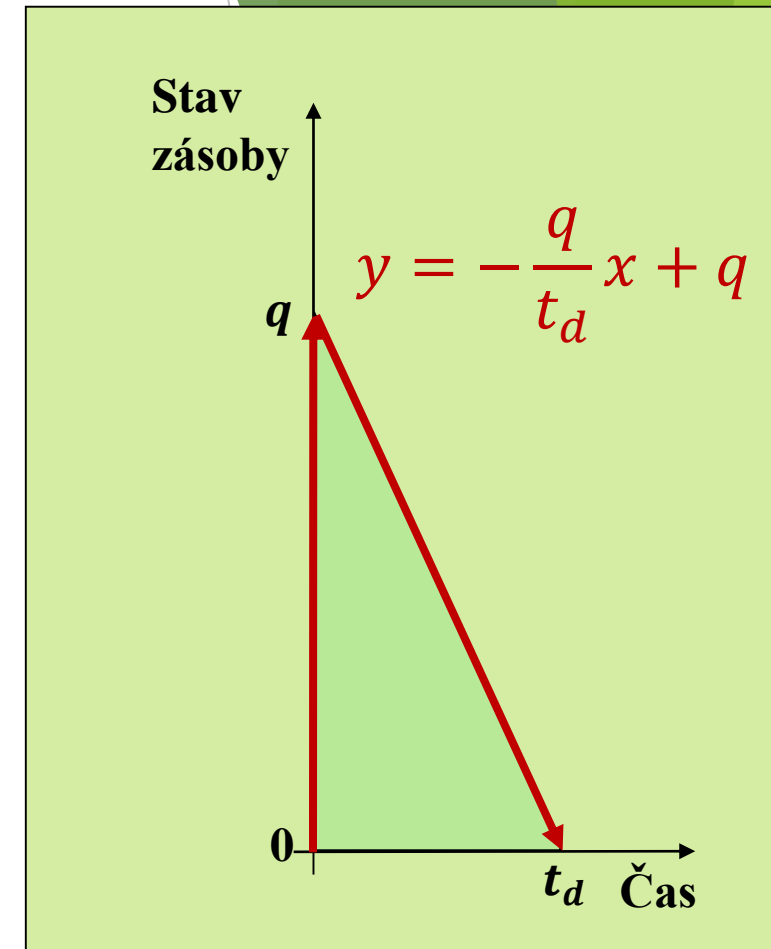
- ▶ Celkové množství zásob ve skladu je

$$\frac{q_{max} \cdot t_d}{2}$$

- ▶ (plocha pod přímkou: vyjádření přímky čerpání + integrál, nebo z obsahu trojúhelníku)

- ▶ Průměrné množství zásob je

$$\frac{\frac{q_{max} \cdot t_d}{2}}{t_d} = \frac{q_{max}}{2} = \frac{q}{2} = q_{avq}$$



7.1 EOQ - Optimální objednávka

- ▶ Stále nevíme, kolik je optimální hodnota q
- ▶ Cílem je stanovit takové q , aby celkové náklady N byly minimální
- ▶ Celkové náklady N tvoří:
 - ▶ Náklady na nákup zboží - N_n
 - ▶ Náklady na skladování - N_s
 - ▶ Náklady za dodávky - N_d

$$N = N_n + N_s + N_d \rightarrow \min$$

7.1 EOQ - Náklady na nákup

▶ Náklady na nákup zboží - N_n

- ▶ Počet nakoupených kusů = poptávka za celé období

$$n_n = Q$$

- ▶ Cena za jeden kus = c_n

- ▶ Celkové náklady na nákup zboží:

$$N_n = c_n \cdot n_n = c_n \cdot Q$$

- ▶ Tyto náklady jsou nezávislé na velikosti objednávky

- ▶ Jsou konstantní a nemusíme je tedy vůbec uvažovat

$$N = N_n + N_s + N_d = c_n \cdot Q + N_s + N_d \rightarrow \min$$

$$N = N_s + N_d \rightarrow \min$$

7.1 EOQ - Náklady na skladování

▶ Náklady na skladování zboží - N_s

- ▶ Průměrný počet skladovaných kusů za období

$$n_s = q_{avg} = \frac{q}{2}$$

- ▶ Cena skladování za jeden kus a období = c_s
- ▶ Celkové náklady na skladování zboží:

$$N_s = c_s \cdot n_s = c_s \cdot \frac{q}{2}$$

- ▶ Tyto náklady jsou závislé na velikosti objednávky

$$N = N_s + N_d = c_s \cdot \frac{q}{2} + N_d \rightarrow \min$$

7.1 EOQ - Náklady na pořízení dodávek

► Náklady na pořízení dodávek - N_d

- Průměrný počet dodávek za období (intenzita dodávek)

$$n_d = \frac{Q}{q}$$

- Cena za jednu dodávku = c_d
- Celkové náklady na pořízení všech dodávek:

$$N_d = c_d \cdot n_d = c_d \cdot \frac{Q}{q}$$

- Tyto náklady jsou závislé na velikosti objednávky

$$N = N_s + N_d = c_s \cdot \frac{q}{2} + c_d \cdot \frac{Q}{q} \rightarrow \min$$

7.1 EOQ - Příklad

▶ $Q = 2\,500$ ks/měsíc

▶ $c_p = 580$ Kč/ks

▶ $c_n = 320$ Kč/ks

▶ $c_s = 40$ Kč/ks

▶ $c_d = 2\,000$ Kč/dodávku

▶ $d = \frac{1}{10} = 0,1$ měsíce

$$\begin{aligned} N_n &= c_n \cdot Q \\ &= 320 \cdot 2\,500 \\ &= 80\,000 \end{aligned}$$

▶ $q_{max} = q$

▶ $q_{avq} = \frac{q}{2}$

▶ $n_d = \frac{Q}{q}$

▶ $N_n = c_n \cdot Q$

▶ $N_s = c_s \cdot \frac{q}{2}$

▶ $N_d = c_d \cdot \frac{Q}{q}$

▶ $N = N_s + N_d$

q	n_d	N_s	N_d	N
2 500	1	50 000	2 000	52 000
500	5	10 000	10 000	20 000
250	10	5 000	20 000	25 000
100	25	2 000	50 000	52 000
50	50	1 000	100 000	101 000
25	100	500	200 000	200 500
10	250	200	500 000	500 200

7.1 EOQ - Náklady

- ▶ Celkové náklady

$$N = N_s + N_d = c_s \cdot \frac{q}{2} + c_d \cdot \frac{Q}{q} \rightarrow \min$$

- ▶ Minimalizace (podmínky prvního řádu - derivace):

$$\frac{dN}{dq} = \frac{d \left(c_s \cdot \frac{q}{2} + c_d \cdot \frac{Q}{q} \right)}{dq} = 0$$

$$\frac{dN}{dq} = \frac{d \left(\frac{c_s}{2} \cdot q + c_d \cdot Q \cdot q^{-1} \right)}{dq} = 0$$

7.1 EOQ - Náklady

$$\frac{dN}{dq} = \frac{d\left(\frac{c_s}{2} \cdot q + c_d \cdot Q \cdot q^{-1}\right)}{dq} = 0$$

$$\frac{dN}{dq} = \frac{c_s}{2} + (-1)c_d \cdot Q \cdot q^{-2} = 0$$

$$\frac{dN}{dq} = \frac{c_s}{2} - \frac{c_d \cdot Q}{q^2} = 0$$

$$\frac{c_s}{2} = \frac{c_d \cdot Q}{q^2}$$

$$c_s \cdot q^2 = 2 \cdot c_d \cdot Q$$

7.1 EOQ - Náklady

$$\begin{aligned}c_s \cdot q^2 &= 2 \cdot c_d \cdot Q \\q^2 &= \frac{2 \cdot c_d \cdot Q}{c_s} \\q^* &= \sqrt{\frac{2 \cdot c_d \cdot Q}{c_s}}\end{aligned}$$

q^* = optimální velikost objednávky

- Bylo by ještě potřeba ověřit podmínky druhého řádu!

7.1 EOQ - Náklady na skladování

- Optimální celkové náklady na skladování zboží:

$$N_S = c_S \cdot n_S = c_S \cdot \frac{q}{2}$$

$$N_S^* = \frac{c_S}{2} \cdot q^* = \frac{c_S}{2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot c_d \cdot Q}{c_S}} = \sqrt{\frac{c_S^2 \cdot 2 \cdot c_d \cdot Q}{4 \cdot c_S}}$$

$$N_S^* = \sqrt{\frac{Q \cdot c_d \cdot c_S}{2}}$$

7.1 EOQ - Náklady na pořízení dodávek

- Optimální celkové pořizovací náklady:

$$N_d = c_d \cdot n_d = c_d \cdot \frac{Q}{q}$$

$$N_d^* = \frac{c_d \cdot Q}{q^*} = \frac{c_d \cdot Q}{\sqrt{\frac{2 \cdot c_d \cdot Q}{c_s}}} = c_d \cdot Q \sqrt{\frac{c_s}{2 \cdot c_d \cdot Q}} = \sqrt{\frac{c_d^2 \cdot Q^2 \cdot c_s}{2 \cdot c_d \cdot Q}}$$

$$N_d^* = \sqrt{\frac{Q \cdot c_d \cdot c_s}{2}}$$

7.1 EOQ - Celkové náklady

- Optimální celkové náklady:

$$N = N_s + N_d$$

$$N^* = N_s^* + N_d^* = \sqrt{\frac{Q \cdot c_d \cdot c_s}{2}} + \sqrt{\frac{Q \cdot c_d \cdot c_s}{2}}$$

$$= 2 \cdot \sqrt{\frac{Q \cdot c_d \cdot c_s}{2}} = \sqrt{\frac{4 \cdot Q \cdot c_d \cdot c_s}{2}}$$

$$N^* = \sqrt{2 \cdot Q \cdot c_d \cdot c_s}$$

7.1 EOQ

- ▶ Délka dodávkového cyklu

$$t_d = \frac{1}{n_d} = \frac{q}{Q}$$

- ▶ Optimální délka dodávkového cyklu

$$t_d^* = \frac{q^*}{Q} = \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot c_d}{c_s}}}{Q} = \sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot c_d}{Q^2 \cdot c_s}} = \sqrt{\frac{2 \cdot c_d}{Q \cdot c_s}}$$

- ▶ Z podobnosti trojúhelníků:

$$\frac{q}{t_d} = \frac{r}{d}$$

- ▶ Bod znovuobjednávky

$$r = d \cdot \frac{q}{t_d} = d \cdot Q$$

(zbytek po celočíselném dělení hodnotou q^*)

7.1 EOQ - Příklad

▶ $Q = 2\,500$ ks/měsíc

▶ $c_p = 580$ Kč/ks

▶ $c_n = 320$ Kč/ks

▶ $c_s = 40$ Kč/ks

▶ $c_d = 2\,000$ Kč/dodávku

▶ $d = \frac{1}{10} = 0,1$ měsíce

▶ $q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot c_d}{c_s}}$

▶ $N_s^* = \sqrt{\frac{Q \cdot c_d \cdot c_s}{2}}$

▶ $N_d^* = \sqrt{\frac{Q \cdot c_d \cdot c_s}{2}}$

▶ $N^* = \sqrt{2 \cdot Q \cdot c_d \cdot c_s}$

▶ $t_d^* = \frac{q^*}{Q}$

▶ $r^* = d \cdot Q$

$q^* = 500$

$N_s^* = 10\,000$

$N_d^* = 10\,000$

$N^* = 20\,000$

$t_d^* = 1/5$

$r^* = 250$

7.2 POQ - produkční model

► Předpoklady:

- Statická poptávka Q - předem známá a v čase konstantní
- Pořizovací lhůta dodávky je známá a konstantní
- Čerpání zásob ze skladu je rovnoměrné
- Velikost všech objednávek (dodávek) q je konstantní
- Bez rabatů - nákupní cena c_n nezávisí na velikosti objednávky q
- K doplňování skladu **nedochází** v jednom časovém okamžiku
- K doplňování skladu dochází přesně v okamžiku, kdy je vyčerpán (žádný nedostatek)

7.2 POQ - produkční model

- ▶ Každý cyklus má dvě fáze:
- ▶ **Produkční (výrobní) fáze o délce t_p**
 - ▶ Rovnoměrné doplňování skladu (výroba) s intenzitou p
 - ▶ A současně čerpání skladu s intenzitou h
 - ▶ Předpokládáme $p > h$
 - ▶ Sklad se plní s intenzitou $p - h$
- ▶ **Spotřební fáze o délce t_s**
 - ▶ Pouze čerpání skladu s intenzitou h (výroba je zastavena)

7.2 POQ - produkční model

- ▶ Cílem je opět stanovit takové q , aby celkové náklady N byly minimální
- ▶ Celkové náklady N tvoří:
 - ▶ Náklady na nákup zboží - N_n
 - ▶ Náklady na skladování - N_s
 - ▶ Náklady za dodávky - N_d

$$N = N_n + N_s + N_d \rightarrow \min$$

7.2 POQ - Náklady na nákup

▶ Náklady na nákup zboží - N_n

- ▶ Počet nakoupených kusů = poptávka za celé období

$$n_n = Q$$

- ▶ Cena za jeden kus = c_n

- ▶ Celkové náklady na nákup zboží:

$$N_n = c_n \cdot n_n = c_n \cdot Q$$

- ▶ Tyto náklady jsou nezávislé na velikosti objednávky

- ▶ Jsou konstantní a nemusíme je tedy vůbec uvažovat

$$N = N_n + N_s + N_d = c_n \cdot Q + N_s + N_d \rightarrow \min$$

$$N = N_s + N_d \rightarrow \min$$

7.2 POQ - Náklady na skladování

- ▶ **Náklady na skladování zboží - N_s**
 - ▶ Průměrný počet skladovaných kusů za období = n_s
 - ▶ Cena skladování za jeden kus a období = c_s
 - ▶ Celkové náklady na skladování zboží:

$$N_s = c_s \cdot n_s$$

7.2 POQ - Náklady na skladování

Maximální počet skladovaných kusů = q_{max}

- ▶ p = intenzita produkce
 - ▶ průměrný počet vyrobených výrobků za časovou jednotku
- ▶ h = intenzita spotřeby ($p > h$)
 - ▶ průměrný počet prodaných kusů za časovou jednotku
- ▶ $p - h$ = rychlost doplňování zásob do skladu
 - ▶ průměrný počet doplněných kusů za časovou jednotku

7.2 POQ - Náklady na skladování

Maximální počet skladovaných kusů = q_{max}

- ▶ p = intenzita produkce
- ▶ h = intenzita spotřeby ($p > h$)
- ▶ $p - h$ = rychlost doplňování zásob do skladu
- ▶ t_p = délka produkční fáze (naplnění skladu)
- ▶ Maximální počet zásob ve skladu

$$q_{max} = (p - h)t_p$$

7.2 POQ - Náklady na skladování

- ▶ Během jednoho cyklu se vyprodukuje zboží o objemu q = velikost výrobní dávky
- ▶ Tento objem vznikne produkcí p kusů za časovou jednotku po dobu t_p časových jednotek
- ▶ Odtud tedy

$$q = p \cdot t_p$$

- ▶ A tedy

$$t_p = \frac{q}{p}$$

7.2 POQ - Náklady na skladování

Maximální počet skladovaných kusů = q_{max}

- ▶ $p - h$ = rychlost doplňování zásob do skladu
- ▶ t_p = délka produkční fáze (naplnění skladu)
- ▶ Maximální počet zásob ve skladu

$$q_{max} = (p - h)t_p$$

- ▶ Kde $t_p = \frac{q}{p}$ a tedy

$$q_{max} = (p - h)\frac{q}{p}$$

7.2 POQ - Náklady na skladování

► Náklady na skladování zboží - N_s

- Průměrný počet skladovaných kusů za období = n_s
- Cena skladování za jeden kus a období = c_s
- Celkové náklady na skladování zboží:

$$N_s = c_s \cdot n_s$$

► Průměrné množství zásob je

$$n_s = \frac{q_{max}}{2} = \frac{(p - h) \frac{q}{p}}{2} = \frac{(p - h) q}{p} \frac{1}{2}$$

7.2 POQ - Náklady na skladování

- ▶ **Náklady na skladování zboží - N_s**
 - ▶ Průměrný počet skladovaných kusů za období = n_s
 - ▶ Cena skladování za jeden kus a období = c_s
 - ▶ Celkové náklady na skladování zboží:

$$N_s = c_s \cdot n_s = c_s \cdot \frac{(p - h) q}{p} \frac{1}{2}$$

7.2 POQ - Náklady na skladování

- ▶ Náklady na skladování zboží - N_s
 - ▶ Průměrný počet skladovaných kusů za období = n_s
 - ▶ Cena skladování za jeden kus a období = c_s
 - ▶ Celkové náklady na skladování zboží:

$$N_s = c_s \cdot n_s = c_s \cdot \frac{(p - h) q}{p} \cdot \frac{1}{2}$$

- ▶ Tyto náklady jsou závislé na velikosti objednávky

$$N = N_s + N_d = c_s \cdot \frac{(p - h) q}{p} \cdot \frac{1}{2} + N_d \rightarrow \min$$

7.2 POQ - Náklady na pořízení dodávek

- ▶ Náklady na pořízení dodávek (výrobních dávek) - N_d
 - ▶ Průměrný počet dodávek za období (intenzita dodávek)

$$n_d = \frac{Q}{q}$$

- ▶ Cena za jednu dodávku = c_d
- ▶ Celkové náklady na pořízení všech dodávek:

$$N_d = c_d \cdot n_d = c_d \cdot \frac{Q}{q}$$

- ▶ Tyto náklady jsou závislé na velikosti objednávky

$$N = N_s + N_d = c_s \cdot \frac{(p-h)}{p} \cdot \frac{q}{2} + c_d \cdot \frac{Q}{q} \rightarrow \min$$

7.2 POQ - Náklady

► Celkové náklady

$$N = N_s + N_d = c_s \cdot \frac{(p - h)}{p} \cdot \frac{q}{2} + c_d \cdot \frac{Q}{q} \rightarrow \min$$

► Minimalizace (podmínky prvního řádu - derivace):

$$\frac{dN}{dq} = \frac{d \left(c_s \cdot \frac{(p - h)}{p} \cdot \frac{q}{2} + c_d \cdot \frac{Q}{q} \right)}{dq} = 0$$
$$\frac{c_s}{2} \cdot \frac{(p - h)}{p} - \frac{c_d \cdot Q}{q^2} = 0$$

7.2 POQ - Náklady

$$\frac{dN}{dq} = \frac{d \left(\frac{c_s}{2} \cdot \frac{(p-h)}{p} \cdot q + c_d \cdot Q \cdot q^{-1} \right)}{dq} = 0$$

$$\frac{dN}{dq} = \frac{c_s}{2} \cdot \frac{(p-h)}{p} - \frac{c_d \cdot Q}{q^2} = 0$$

$$\frac{c_s}{2} \cdot \frac{(p-h)}{p} = \frac{c_d \cdot Q}{q^2}$$

$$c_s \cdot \frac{(p-h)}{p} \cdot q^2 = 2 \cdot c_d \cdot Q$$

7.2 POQ - Náklady

$$c_s \cdot \frac{(p-h)}{p} \cdot q^2 = 2 \cdot c_d \cdot Q$$

$$q^2 = \frac{2 \cdot c_d \cdot Q}{c_s \cdot \frac{(p-h)}{p}}$$

$$q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot c_d}{c_s} \cdot \frac{p}{(p-h)}}$$

q^* = optimální velikost objednávky

- Bylo by ještě potřeba ověřit podmínky druhého řádu!

7.2 POQ - Náklady na skladování

- Optimální celkové náklady na skladování zboží:

$$N_S = c_s \cdot n_s = c_s \cdot \frac{(p - h)}{p} \cdot \frac{q}{2}$$

$$N_S^* = \frac{c_s}{2} \cdot \frac{(p - h)}{p} \cdot q^* = \frac{c_s}{2} \cdot \frac{(p - h)}{p} \sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot c_d}{c_s} \cdot \frac{p}{(p - h)}}$$

$$= \sqrt{\frac{c_s^2 \cdot (p - h)^2 \cdot 2 \cdot Q \cdot c_d \cdot p}{4 \cdot p^2 \cdot c_s \cdot (p - h)}}$$

$$N_S^* = \sqrt{\frac{Q \cdot c_s \cdot c_d \cdot (p - h)}{2} \cdot \frac{p}{(p - h)}}$$

7.2 POQ - Náklady na pořízení dodávek

- Optimální celkové pořizovací náklady:

$$N_d = c_d \cdot n_d = c_d \cdot \frac{Q}{q}$$

$$N_d^* = \frac{c_d \cdot Q}{q^*} = \frac{c_d \cdot Q}{\sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot c_d}{c_s} \cdot \frac{p}{(p-h)}}} = c_d \cdot Q \sqrt{\frac{c_s}{2 \cdot c_d \cdot Q} \cdot \frac{(p-h)}{p}}$$

$$= \sqrt{\frac{c_d^2 \cdot Q^2 \cdot c_s}{2 \cdot c_d \cdot Q} \cdot \frac{(p-h)}{p}}$$

$$N_d^* = \sqrt{\frac{Q \cdot c_s \cdot c_d}{2} \cdot \frac{(p-h)}{p}}$$

7.2 POQ - Celkové náklady

- Optimální celkové náklady:

$$N = N_s + N_d$$

$$N^* = N_s^* + N_d^* = \sqrt{\frac{Q \cdot c_s \cdot c_d \cdot (p - h)}{2} \cdot \frac{(p - h)}{p}} + \sqrt{\frac{Q \cdot c_s \cdot c_d \cdot (p - h)}{2} \cdot \frac{(p - h)}{p}}$$

$$= 2 \cdot \sqrt{\frac{Q \cdot c_s \cdot c_d \cdot (p - h)}{2} \cdot \frac{(p - h)}{p}} = \sqrt{\frac{4 \cdot Q \cdot c_s \cdot c_d \cdot (p - h)}{2} \cdot \frac{(p - h)}{p}}$$

$$N^* = \sqrt{2 \cdot Q \cdot c_s \cdot c_d \cdot \frac{(p - h)}{p}}$$

Srovnání modelů

EOQ

$$\blacktriangleright N = c_s \cdot \frac{q}{2} + c_d \cdot \frac{Q}{q}$$

$$\blacktriangleright q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot c_d}{c_s}}$$

$$\blacktriangleright N_s^* = N_d^* = \sqrt{\frac{Q \cdot c_s \cdot c_d}{2}}$$

$$\blacktriangleright N^* = \sqrt{2 \cdot Q \cdot c_s \cdot c_d}$$

POQ

$$\blacktriangleright N = c_s \cdot \frac{(p-h)}{p} \cdot \frac{q}{2} + c_d \cdot \frac{Q}{q}$$

$$\blacktriangleright q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot c_d}{c_s} \cdot \frac{p}{(p-h)}}$$

$$\blacktriangleright N_s^* = N_d^* = \sqrt{\frac{Q \cdot c_s \cdot c_d}{2} \cdot \frac{(p-h)}{p}}$$

$$\blacktriangleright N^* = \sqrt{2 \cdot Q \cdot c_s \cdot c_d \cdot \frac{(p-h)}{p}}$$

7.2 POQ - bod znovuobjednávky

- ▶ d - doba potřebná k přípravě nové výrobní dávky
- ▶ r^* - optimální bod znovuobjednávky
- ▶ 1.) $d \leq t_s$
 - ▶ Začátek přípravy spadá přímo do spotřebního cyklu
 - ▶ Bod znovuobjednávky odpovídá poptávce během přípravy

$$r^* = Q \cdot d$$

7.2 POQ - bod znovuobjednávky

- ▶ d - doba potřebná k přípravě nové výrobní dávky
- ▶ r^* - optimální bod znovuobjednávky
- ▶ 2.) $d > t_s$
 - ▶ Začátek přípravy spadá už do produkčního cyklu
 - ▶ Bod znovuobjednávky odpovídá množství na skladě v čase $t_d - d$

$$r^* = (p - h)(t_d^* - d)$$

7.2 POQ - Příklad

- ▶ $Q = 2\,500$ ks/měsíc
- ▶ $c_p = 580$ Kč/ks
- ▶ $c_n = 320$ Kč/ks
- ▶ $c_s = 40$ Kč/ks
- ▶ $c_d = 2\,000$ Kč/dodávku
- ▶ $d = \frac{1}{10} = 0,1$ měsíce
- ▶ $p = 205$ ks/den
- ▶ $h = \frac{2\,500}{20} = 125$ ks/den

$$\text{▶ } q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot c_d}{c_s}} \cdot \sqrt{\frac{p}{p-h}}$$

$$\text{▶ } N_s^* = N_d^* = \sqrt{\frac{Q \cdot c_s \cdot c_d}{2}} \cdot \sqrt{\frac{(p-h)}{p}}$$

$$\text{▶ } N^* = \sqrt{2 \cdot Q \cdot c_s \cdot c_d} \cdot \sqrt{\frac{(p-h)}{p}}$$

$$q^* = 500 \cdot 1,6 = 800$$

$$N_s^* = 10\,000 \cdot 0,625 = 6\,250$$

$$N_d^* = 10\,000 \cdot 0,625 = 6\,250$$

$$N^* = 20\,000 \cdot 0,625 = 12\,500$$

$$t_d^* = 1 / 5$$

$$r^* = 250$$

7.2 POQ - bod znovuobjednávky

► Do které fáze spadá počátek pořizovací lhůty ($d = 2$ dny)?

► $t_d^* = \frac{q^*}{Q} = \frac{800}{2500} = \frac{8}{25} = 0,32$

► $t_p^* = \frac{q^*}{p} = \frac{800}{205} = \frac{160}{41} = 3,9$

► $t_d^* = 0,32$ měsíce = 6,4 dne

► $t_p^* = 3,9$ dne

► $t_s^* = t_d^* - t_p^* = 6,4 - 3,9$

► $t_s^* = 2,5$ dne

► $r^* = Q \cdot d$

7.3 Model s množstevními rabaty (slevami)

► Předpoklady:

- Statická poptávka Q - předem známá a v čase konstantní
- Pořizovací lhůta dodávky je známá a konstantní
- Čerpání zásob ze skladu je rovnoměrné
- Velikost všech objednávek (dodávek) q je konstantní
- **S rabaty** - nákupní cena c_n **závisí** na velikosti objednávky q
- K doplňování skladu dochází v jednom časovém okamžiku
- K doplňování skladu dochází přesně v okamžiku, kdy je vyčerpán (žádný nedostatek)

7.3 Rabaty

- ▶ Cílem je opět stanovit takové q , aby celkové náklady N byly minimální
- ▶ Celkové náklady N tvoří:
 - ▶ Náklady na nákup zboží - N_n
 - ▶ Náklady na skladování - N_s
 - ▶ Náklady za dodávky - N_d

$$N = N_n + N_s + N_d \rightarrow \min$$

7.3 Rabaty - Náklady na nákup

► Náklady na nákup zboží - N_n

- Počet nakoupených kusů = poptávka za celé období

$$n_n = Q$$

- Cena za jeden kus se nyní liší podle výše objednávky = c_n^q

- Celkové náklady na nákup zboží:

$$N_n = c_n^q \cdot n_n = c_n^q \cdot Q$$

- Tyto náklady jsou závislé na velikosti objednávky

$$N = N_n + N_s + N_d = c_n^q \cdot Q + N_s + N_d \rightarrow \min$$

7.3 Rabaty - Náklady na skladování

- ▶ **Náklady na skladování zboží - N_s**
 - ▶ Průměrný počet skladovaných kusů za období = n_s
 - ▶ Cena skladování za jeden kus a období = c_s^q
 - ▶ Pokud je jednotková cena daná % z nákupní ceny, závisí na velikosti objednávky
 - ▶ Celkové náklady na skladování zboží:

$$N_s = c_s^q \cdot n_s$$

$$N = N_n + N_s + N_d = c_n^q \cdot Q + c_s^q \cdot \frac{q}{2} + N_d \rightarrow \min$$

7.3 Rabaty - Náklady na pořízení dodávek

► Náklady na pořízení dodávek - N_d

- Průměrný počet dodávek za období (intenzita dodávek)

$$n_d = \frac{Q}{q}$$

- Cena za jednu dodávku = c_d

- Celkové náklady na pořízení všech dodávek:

$$N_d = c_d \cdot n_d = c_d \cdot \frac{Q}{q}$$

$$N = N_n + N_s + N_d = c_n^q \cdot Q + c_s^q \cdot \frac{q}{2} + c_d \cdot \frac{Q}{q} \rightarrow \min$$

7.3 Rabaty - Algoritmus výpočtu

- ▶ Předpokládejme k diskontních kategorií ($i = 1, 2, \dots, k$)
- ▶ Pro každou kategorii určíme q_i^*

$$q_i^* = \sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot c_d}{c_s^q}}$$

- ▶ Pokud je q_i^* nižší než dolní mez dané kategorie, zvýšíme q_i^* na tuto mez.
- ▶ Pokud je vyšší než horní mez, nemůže být optimální.

7.3 Rabaty - Algoritmus výpočtu

- ▶ Předpokládejme k diskontních kategorií ($i = 1, 2, \dots, k$)
- ▶ Pro každou kategorii určíme q_i^*
- ▶ Pokud je q_i^* nižší než dolní mez dané kategorie, zvýšíme q_i^* na tuto mez.
- ▶ Pokud je q_i^* vyšší než horní mez, nemůže být optimální.
- ▶ Pro každé q_i^* určíme N_i^*

$$N = N_n + N_s + N_d = c_n^q \cdot Q + c_s^q \cdot \frac{q}{2} + c_d \cdot \frac{Q}{q}$$

- ▶ Vybereme takové q_i^* , které má nejnižší N_i^* .

7.3 Rabaty - Příklad

- ▶ Firma týdně prodá 625 balení kancelářských papírů formátu A4 (5 x 500 listů) za 580 Kč za krabici
- ▶ Tyto papíry nakupuje za 320 Kč za krabici, **má však nárok na množstevní slevu** (při odběru většího množství)
- ▶ Měsíční skladovací náklady činí 12,5 % nákupní ceny
- ▶ S doplněním skladu souvisí fixní náklady ve výši 500 Kč za zaměstnance, kteří sklad doplní, a 1500 Kč za dopravu papírů od dodavatele do skladu
- ▶ Dodavatel požaduje dva dny na expedování zboží

7.3 Rab

$$N = N_n + N_s + N_d = c_n^q \cdot Q + c_s^q \cdot \frac{q}{2} + c_d \cdot \frac{Q}{q}$$

alespoň	sleva	c_n^q	c_s^q	q^*	upravené q^*	N_n	N_s	N_d	N
0	0,00%	320,0	40,00	500,0	500	800 000	10 000	10 000	820 000
400	1,00%	316,8	39,60	502,5	502,5	792 000	9 950	9 950	811 900
800	1,50%	315,2	39,40	503,8	800	788 000	15 760	6 250	810 010
1 200	1,75%	314,4	39,30	504,4	1 200	786 000	23 580	4 167	813 747
1 600	2,00%	313,6	39,20	505,1	1 600	784 000	31 360	3 125	818 485
2 000	2,25%	312,8	39,10	505,7	2 000	782 000	39 100	2 500	823 600

$$Q = 625 \cdot 4 = 2\,500 \text{ ks}$$

$$c_n^q = 320 \cdot (1 - \text{sleva})$$

$$c_s^q = 0,125 \cdot c_n^q$$

$$c_d = 500 + 1500 = 2\,000 \text{ Kč/dodávku}$$

Detaily k přednášce: skripta, kapitola 7

KONEC